ЧАСТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ «СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ КОЛЛЕДЖ ИННОВАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ»

ЛЕКЦИЯ 1. ВВЕДЕНИЕ

1. Математика как фундамент научного знания

Математика — наука, изучающая количественные отношения и пространственные формы действительного мира. Её отличительные черты — абстрактность, строгая логическая дедукция и универсальность применимости: одна и та же математическая модель описывает процессы физически несхожей природы. Именно поэтому математика исторически сложилась как язык науки и инструмент количественного анализа.

В естествознании математика выполняет три взаимосвязанные функции. Во-первых, она обеспечивает **формализацию** законов природы: физические, химические и биологические закономерности записываются в виде уравнений, систем и неравенств. Во-вторых, она даёт **методы расчёта**: дифференциальное и интегральное исчисление, теория дифференциальных уравнений, теория вероятностей и математическая статистика позволяют не просто описать явление, а предсказать его количественные характеристики. В-третьих, она служит **средством доказательства и проверки гипотез**: соответствие теоретической модели экспериментальным данным устанавливается статистическими методами с заданной надёжностью.

Характерным примером является физика: законы механики выражаются дифференциальными уравнениями, электромагнитная теория — системой уравнений Максвелла, а современная квантовая теория оперирует аппаратом функционального анализа и теории групп. Уже И. Кеплер при открытии законов движения планет опирался на геометрию конических сечений, что свидетельствует о давней и глубокой связи математики с естествознанием.

2. Математика в технике

Технические науки и инженерная практика немыслимы без математического аппарата. На этапе проектирования применяются методы геометрического и компьютерного моделирования (начертательная геометрия, инженерная графика, системы автоматизированного проектирования), расчёт прочности конструкций опирается на дифференциальные уравнения теории упругости, а анализ электрических цепей — на аппарат комплексных чисел и дифференциальных уравнений.

Современные информационные технологии предъявляют ещё более высокие требования к математической подготовке специалиста:

- основы цифровой техники составляют алгебра логики (булева алгебра) и системы счисления, прежде всего двоичная;
- криптография и защита информации базируются на теории чисел;
- компьютерная графика и трёхмерное моделирование используют векторную и матричную алгебру, проективную геометрию;
- искусственный интеллект и анализ данных строятся на линейной алгебре, математическом анализе, теории вероятностей и статистике.

Таким образом, владение математикой определяет способность техника читать техническую документацию, выполнять инженерные расчёты и осваивать новое оборудование.

3. Математика в экономике

В экономике математика обеспечивает строгий количественный анализ хозяйственных процессов. Применяются:

- математический анализ — для исследования функций спроса, издержек, предельных величин;
- линейная алгебра — для балансовых моделей и расчёта матричных зависимостей;
- методы оптимизации (линейное и динамическое программирование) — для планирования производства, транспортных и производственных задач;

• теория вероятностей и математическая статистика — для анализа рисков, прогнозирования, страхования и финансовой математики (расчёт процентов, аннуитетов, дисконтирование).

Расчёт себестоимости продукции, заработной платы, налогов, амортизации и эффективности капитальных вложений — повседневная практика любого специалиста экономического и производственного профиля — представляет собой прикладные математические задачи.

4. Математика в практической деятельности

Значение математики не исчерпывается наукой и производством. В бытовой и профессиональной практике постоянно возникает необходимость вычислений: определение площадей и объёмов при ремонтных и строительных работах, расчёт расхода материалов, дозировок, скоростей и нагрузок, чтение графиков и диаграмм, оценка погрешностей измерений, работа с процентами и пропорциями. Развитое логическое мышление, формируемое математикой, дисциплинирует умственную деятельность: учит выделять существенное, строить последовательные рассуждения, находить и исправлять ошибки — качества, востребованные в любой профессии.

5. Цели и задачи изучения математики при освоении профессий и специальностей СПО

Математика входит в общеобразовательный цикл основных программ профессионального обучения и в общий общеобразовательный либо социально-гуманитарный/естественнонаучный цикл программ среднего профессионального образования в соответствии с федеральными государственными образовательными стандартами.

Целью изучения математики в СПО является формирование у обучающегося целостной системы математических знаний и умений как основы профессиональной компетентности, а также развитие математического и логического мышления, необходимого для успешной профессиональной деятельности и продолжения образования.

Из указанной цели вытекают следующие **задачи**:

1. Сформировать умения выполнять тождественные преобразования, вычислять значения выражений, решать уравнения, неравенства и их системы, строить и исследовать графики функций — то есть владеть базовым вычислительным аппаратом.
2. Обеспечить усвоение начал математического анализа, основ теории вероятностей и математической статистики в объёме, необходимом для профессиональных дисциплин.
3. Развить пространственное мышление и умение применять геометрические знания при работе с чертежами, схемами и техническими документами.
4. Сформировать умение строить и использовать математические модели реальных и профессиональных процессов, оценивать результаты вычислений и их погрешности.
5. Способствовать развитию алгоритмического и логического мышления, культуры рассуждений и умения работать со справочной информацией.
6. Подготовить обучающегося к применению математических методов при решении прикладных задач, в том числе в рамках общепрофессиональных дисциплин и профессиональных модулей, а также к продолжению обучения в высших учебных заведениях.

Реализация этих задач направлена на формирование общих и профессиональных компетенций, предусмотренных соответствующим ФГОС: способности к анализу рабочей ситуации, осуществлению контроля и оценке собственной деятельности, готовности к расчётно-аналитической работе по профилю специальности.

6. Связь математики с дисциплиной «Геометрическая оптика»

Дисциплина «Геометрическая оптика» изучает распространение света на основе представления о световых лучах и опирается на математический аппарат в первую очередь евклидовой геометрии и тригонометрии. Связь дисциплин носит непосредственный, рабочий характер.

Геометрия плоскости и треугольников. Законы геометрической оптики формулируются геометрически. Закон отражения света (угол падения равен углу отражения, лучи лежат в одной плоскости с перпендикуляром к границе раздела сред) и закон преломления (закон Снеллиуса) записываются через тригонометрию: отношение синуса угла падения к синусу угла преломления равно относительному показателю преломления второй среды относительно первой:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_{21} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Построение хода лучей в призмах, зеркалах и линзах требует уверенного владения признаками равенства и подобия треугольников, теоремами синусов и косинусов, свойствами углов.

Плоское зеркало и симметрия. Построение изображения в плоском зеркале опирается на понятие симметрии относительно прямой: изображение точки симметрично самой точке относительно плоскости зеркала.

Формулы линзы и оптической силы. Количественная теория тонкой линзы строится на уравнении, связывающем фокусные расстояния, положение предмета и изображения:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f},$$

где F — фокусное расстояние, d — расстояние от предмета до линзы, f — расстояние от линзы до изображения. Линейное увеличение определяется отношением размеров и расстояний:

$$\Gamma = \frac{H}{h} = \frac{f}{d}.$$

Оптическая сила линзы и системы линз вычисляется по формуле $D = \frac{1}{F}$ (для системы — суммированием оптических сил с учётом приведённого фокусного расстояния). Решение задач, таким образом, требует навыков действий с дробями и обратными величинами, работы с размерностями и знаками (действительное и мнимое изображение, собирающая и рассеивающая линза).

Тригонометрия и малые углы. Расчёт хода лучей через линзу, определение углов преломления в призмах, анализ предельного угла полного внутреннего отражения используют обратные тригонометрические функции и умение работать с таблицами значений. Принцип Ферма (свет распространяется по пути, требующему минимального или стационарного времени) связывает оптику с идеей экстремума — понятием математического анализа.

Координатный метод и графики. Оптическая схема мысленно погружается в систему координат: положение предмета, линзы и изображения задаётся числами на оптической оси, что позволяет решать задачи алгебраически. Зависимость положения изображения от положения предмета — функциональная зависимость, которую полезно анализировать графически.

Практическая направленность. Расчёты оптических систем, применяемых в офтальмологии (подбор очков и контактных линз), фото- и видеотехнике, микроскопах, телескопах, лазерных и волоконно-оптических системах связи, представляют собой

прикладные математические задачи на формулы геометрической оптики. Волоконная оптика, кроме того, опирается на расчёт критического угла полного отражения, а интерференционные и дифракционные явления — на тригонометрические соотношения и прогрессии при вычислении разности хода волн.

Таким образом, математика выступает для геометрической оптики одновременно языком формулировки её законов, инструментом построения изображений и средством инженерного расчёта. Освоение разделов «Треугольники и подобие», «Тригонометрические тождества», «Обратные тригонометрические функции», «Действия с дробями и степенями» непосредственно обеспечивает успешное изучение последующей дисциплины, а связь дисциплин демонстрирует обучающемуся прикладной характер математики и мотивирует её систематическое изучение.